

计算电磁学近年来的若干重要成果 ——第 15 届 COMPUMAG 会议概述

谢德馨 唐任远

(沈阳工业大学 沈阳 110023)

摘要 国际电磁场计算会议 (COMPUMAG) 是计算电磁学最重要的系列会议之一。本文在概述 2005 年第 15 届 COMPUMAG 会议的基础上, 分析、讨论了计算电磁学近年来的若干重要成果。

关键词: 计算电磁学 学术交流 电磁场分析 电磁场逆问题

中图分类号: TM12

Several Key Achievements of Computational Electromagnetics in Recent Years — Summary of the 15th Conference of COMPUMAG

Xie Dexin Tang Renyuan

(Shenyang University of Technology Shenyang 110023 China)

Abstract COMPUMAG series of conferences is one of the most important conference on computational electromagnetics. Based on the survey of the 15th COMPUMAG Conference, this paper discusses several major achievements of computational electromagnetics in recent years.

Keywords: Computational electromagnetics, academic communication, electromagnetic field analysis, inversion problem of electromagnetic fields

1 引言

计算电磁学是一门综合了电磁场理论、数值计算方法和计算机软件技术的新兴学科, 尽管其研究历史可以追溯到半个多世纪以前 (例如有限差分法在上世纪 40 年代就已提出), 但它的蓬勃发展是在最近的 30 年。众所周知, 计算机技术的持续进步和日益普及、计算数学和软件技术的快速发展、电气装备的工业需求和控制技术的广泛应用是促进计算电磁学研究的关键因素。与此同时, 广泛而有组织的学术活动不仅加速了研究进程, 也是计算电磁学积极发展的标志。其中, 在国际学术交流方面, COMPUMAG 会议 (Conference on Computation of Electromagnetic Fields) 是这一领域最重要的世界性会议之一。该会议由 1974 年在英国卢瑟福阿普尔顿国家实验室召开的国际指导委员会发起, 自 1976 年起至今, 大约两年一次, 分别在英、法、美、德、意大利、奥地利、日本、巴西等国家举行了共 14

届会议。经过提前 5 年的申办与准备, 第 15 届 COMPUMAG 会议于 2005 年 6 月在中国沈阳举行。这也是这一系列会议首次在中国举行。本文拟从第 15 届 COMPUMAG 会议的概述开始, 讨论近年来国内外计算电磁学研究的若干重要成果。

2 第 15 届 COMPUMAG 会议概况

2005 年 6 月 26 日至 30 日, 第 15 届 COMPUMAG 会议在中国沈阳成功召开。实际到会代表 354 人, 来自 30 个国家和地区, 其中国内代表 73 人, 国外代表 281 人。会议共收到以 2 页短文形式提交的论文 680 篇, 经过世界各地的 178 名评审专家的网上评审, 共接受了 508 篇论文刊登在会议论文 (短文) 集上。参加交流的论文数超过了这一系列会议历史上最好的法国会议 (COMPUMAG 2001, Evian, 提交论文 651 篇, 接受的会议交流论文 427 篇)。目前参加交流的论文正以扩展的全文形式 (邀请报告论文为 6 页, 其它为 4 页) 参加第二阶段评审, 预计

将有约 250 篇刊登在 IEEE 的磁学会刊上。各专题会的主题与上届会议 (COMPUMAG 2003, Saratoga Springs, USA) 类似^[1], 表 1 列出了专题内容与所交流的文章数。

表 1 会议交流的论文数量与相关专题

Tab.1 The numbers of papers presented and the special topics relevant

序号	专题内容	论文数量
1	静态场	24
2	似稳场	29
3	波动问题	33
4	电磁兼容性问题	18
5	优化问题	79
6	材料特性模拟	34
7	耦合问题	52
8	数值技术	86
9	软件方法	17
10	电机与驱动	77
11	设备与应用	50
12	教育	4
13	TEAM 问题 (国际标准题)	5

3 计算电磁学研究的若干重要成果

近 30 年来, 计算电磁学领域已经取得了重大的科学技术进步。从二维到三维, 从线性到非线性, 从单一电磁场问题到电磁场与电路系统或其它物理场的耦合问题, 从正问题到包括优化技术在内的逆问题, 计算能力有了飞跃的提高。在第 15 届 COMPUMAG 会议的开幕大会上, 有两个邀请报告分别从国际范围和我国国内的研究情况出发综述了计算电磁学的近期发展^[2, 3], 本节拟以这两个报告为线索, 说明这一领域的若干重要研究成果。

有限元法是应用最为广泛的数值方法, 下面列出的前 4 个重要成果均与有限元法密切相关。

3.1 ICCG 法

ICCG 法即不完全乔累斯基分解—共轭梯度法 (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method), 是一种预处理共轭梯度法。该方法最初由 J. A. Meijerink 和 V. der Vorst 提出^[4], 用于求解有限元分析中的大型稀疏对称代数方程组, 目前已广泛用于大型工程问题的有限元计算, 并出现了一些改进形式^[5]。这一方法的突出优点是, 其计算次数随 $n \log n$ 增长, 而不是像高斯消去法及其派生方法那样随 n^3 增长, n 为未知数个数; 其存储量需求独立

于系数矩阵的带宽, 也大大小于高斯消去法。ICCG 法的应用使得在 1980 年以前很难进行的许多三维大型工程问题的有限元计算得以实现, 但目前研究者仍试图改进这一方法^[6], 因为包括涡流问题、耦合问题在内的复杂工程问题其离散化方程的系数矩阵非正定, 也并不满足原始 ICCG 法要求的“ M 矩阵”条件, 从而在应用 ICCG 法时收敛性变坏。

3.2 迪朗尼 (Delaunay) 网格生成法

对于一组给定的节点, 怎样的网格才是最好的三角形网格? 许多研究者认为, 迪朗尼三角化方法最适合完成这一任务。该方法由俄国数学家 Delaunay 提出(1934), Cendes(1983)首先将这一方法应用于二维有限元网格自适应生成^[7]。这一方法能使所生成三角形的最小角度之和极大化, 也就是所生成的三角形在一定条件下最接近于等边三角形, 于是能避免细长畸形单元的产生, 这正是有限元分析所要求的。迪朗尼法已从二维推广到三维, 此时需要将三角形转变成四面体, 将二维情况下的外接圆转变成外接球^[8]。

3.3 开域问题的变换方法

开域问题的边界在无穷远处, 求解区域无限大, 在有限元计算中无法实现。最通用的经验式权宜之计是截断法, 即人为地设定一个远离场源的边界, 认为在该边界上电磁场已衰减到零, 将无限域截断成有限域。为了确定这一边界的设定是否合理, 通常需要以重要场域内的总体参数 (例如电感, 电容或电磁储能) 在不同边界设定下的变化为判据, 经过多次试算, 最后设定一个满足给定误差要求的相对较小的区域作为求解域, 显然这一区域仍然包含了很大的“无用”空间。为节约计算机资源并提高计算精度, 1988 年由 Freeman 和 Lowther^[9]、我国学者倪光正等^[10]分别独立提出了处理开域问题的精确变换方法 (论文均来源于第 6 届 COMPUMAG 会议)。先划定一个圆, 将感兴趣的求解区域包含在内, 应用保角变换中的反演变换, 将圆外直至无穷远的区域变换到同直径的圆内, 有限元离散化在这两个圆内进行, 内外区域的耦合通过令圆边界上对应节点电位或磁位的值相等来实现。外部场域中电磁场的分布可通过反变换得出。文献[11]改进了这一方法并推广应用到三维问题。其后发展起来的几何变换法^[12]突破了保角变换的限制, 保留了有限元法系数矩阵稀疏对称的优点, 应用起来比较方便。我国学者也提出了新的几何变换函数, 并将几何变换法应用于大型变压器引线漏磁场的三维开域问题

计算^[13]。

3.4 棱单元 (Edge Element) 的使用

20 世纪 80 年代以来, 在三维涡流问题计算中采用了诸如 A 、 ϕ - A 、 A - ψ 、 T 、 ψ - ψ 等多种矢量位-标量位耦合的数学模型, 最初均应用于常规的节点元。为了直接获得待求的场矢量并且便于处理非线性问题, 也出现了直接用磁场强度 (或电场强度) 为未知量的算法。由于节点元不能保证相邻单元交界面上场矢量切向分量的连续性, 因而“磁场强度 (或电场强度) 切向分量连续”这一电磁场的重要物理特性在这种情况下将不能满足。Bossavit^[14,15] 首先将 Whitney^[16] 提出的棱边元引入电磁场分析。棱边元将待求场矢量的环量沿单元棱边的切向定义, 因此自然保证了共有一条相邻棱边的单元的场矢量切向分量相同, 解决了连续性问题。与节点元相比较, 棱边元所需要的计算机内存和 CPU 时间都要少得多。但棱边元法仍在发展中, 其缺点是程序的编制较繁, 矢量磁位 A 在棱边元中不连续等。我国作者亦有棱边元法的重要研究成果, 参见文献 [17, 18]。

3.5 材料特性模拟的精细化

工程电磁场问题的数值计算精度在很大程度上依赖于所研究区域中各种材料电磁特性参数的准确模拟, 而材料的非线性、各向异性等特性研究均取得了显著成果。在铁磁材料磁滞特性的模拟中, 应用最多的是 Preisach (1935) 模型^[19]。Mayergoyz 等人对该模型的原始版本作了重要改进, 目前已经发展了标量磁滞模型、矢量磁滞模型^[20]、动态磁滞模型^[21]等针对不同问题的模拟方法。这方面的研究涉及铁磁材料的微观磁特性和宏观数学模型两方面, 文献 [21,22] 将“运动 Preisach 模型^[23]”分别应用于磁记录介质和金属磁性材料, 证明了这一模型与试验观察到的材料特性吻合较好。刊登在国际 COMPUMAG 学会刊物 Newsletter 上的文献 [24] 对磁滞特性模型的研究现状作了详细描述。

此外, 新材料的使用促进了材料电磁特性模拟的研究, 例如微粉粘结型永磁材料的磁特性^[25]、超磁致伸缩材料特性的有限元模拟^[26, 27]等, 特别应当提到的是新型材料在生物医学领域的应用。COMPUMAG 2005 会议论文 [28] 研究了用于目标药物递送的粘性液体中超顺磁铁氧纳米颗粒在外磁场作用下经生物毛细管运动的动态特性, 就是一个涉及材料特性模拟和不同物理场耦合的前沿性课题的例子。

3.6 场-路-运动耦合问题研究

旋转电机、直线电机和各种含有运动部分的执行元件动态特性的仿真需要研究场-路-运动系统的耦合。在这一研究中, 将电压作为已知量, 以电流和电磁位作为待求变量, 将电路方程与电磁场方程直接联立求解的所谓直接耦合方法已被很多研究者采用^[29]。由于求解场域中含有运动部分, 因而在有限元分析中需要不断改变网格剖分。为了简化网格生成的负担, 目前已经发展了几种不同的处理方法, 大体可分成“协调交界面”和“非协调交界面”两类^[30]。在协调交界面方法中, 静止部分的网格保持固定, 运动部分的网格拓扑结构不变, 只改变节点坐标, 但运动边界上的节点需要小心处理, 以保持两部分交界面网格的相容性。这类方法的实施依赖于具体问题, 其计算机程序不够通用。非协调交界面方法是场域内静止部分和运动部分的网格分别独立生成, 在两部分的交界面上网格不需要协调相容, 采用拉格朗日乘子法实现两部分的耦合^[31]。这一方法即使在运动部分也只需要生成一次网格, 然后处理运动网格的旋转或移动, 其缺点是由于拉格朗日乘子项的加入使离散化方程组系数矩阵的性态变差, 增加了方程组求解时的 ICCG 迭代次数。

3.7 用于高频电磁场分析的方法

COMPUMAG 系列会议最初是从低频似稳场领域发起的, 直到第 9 届会议 (1993 年, Miami, USA) 才将波的传播作为独立专题会的题目。随着微波技术的发展, 目前与高频电磁场分析方法相关的论文在 COMPUMAG 会议中已占有相当的比例 (参见表 1)。

3.7.1 矩量法 (Moment Method)

在天线、微波技术和电磁波发射等方面广泛应用的一种方法是矩量法, 该方法将待求的积分方程 (或微分方程) 转化为矩阵方程并求得数值解, 由于在求解过程中需要计算广义矩量, 故称矩量法^[33, 34]。该方法的优点是在自由空间不需要网格剖分, 但由于与积分方程相结合, 使离散化代数方程组的系数矩阵为满阵, 从而计算时间为 $O(n^3)$ 。

3.7.2 传输线矩阵法 (Transmission Line Matrix, TLM)

传输线矩阵法于上世纪 70 年代提出, 并首先用于分析波导的不连续性及散射问题^[34]。该方法基于经典的惠更斯原理, 并对空间域采用传输线连接的网格进行离散, 对时间域则采用显式数值算法进行离散, 通过建立网格中传输线上电压、电流与 Maxwell 方程组中电场、磁场的等效关系, 将场在

空间域的传播问题等效为电压（电流）波在网格中的传播问题^[35]。该方法通常所应用的规则网格不能很好地适应复杂的几何形状，为了解决这一问题，不规则网格的 TLM 方法正在研究中^[36]。

3.7.3 时域有限差分法 (Finite Difference Time Domain Method, FDTD)

由 K.S.Yee 提出的时域有限差分法的广泛应用是近 20 年来高频电磁场分析的重要成果^[38]。该方法直接从 Maxwell 方程出发，不需要任何导出方程，避免了使用更多的数学工具。近年来在处理吸收边界条件、构建非均匀网格和不规则网格等方面的研究成果使得这一方法能够适应复杂的边界条件并便于实施。最初的 Yee-FDTD 法采用显式蛙跳格式，其时间增量 Δt 和空间增量 Δx 不是相互独立的，为了保证数值稳定性，应使 $\Delta t \leq \Delta x / c$ ， $c = \sqrt{\epsilon\mu}$ ；因此对于电大尺寸的三维问题需要非常大的存储空间和很长的计算时间。为克服这一困难，新的隐式算法和并行处理方法^[38, 39]正在研究中。此外，与 FDTD 法同时发展的还有有限积分法^[40, 41] (Finite Integration Method)，该方法与 FDTD 法同样需要两套网格分别针对 Maxwell 第一方程和第二方程进行计算，所不同的是有限积分法引入了电场和磁场沿线或面的积分。

3.8 电磁场逆问题

电磁场逆问题从第 6 届 COMPUMAG 会议 (1987 年, Graz, Austria) 开始成为以后历届会议的重要专题。这一问题实际上包含了电磁场分析 (正问题) 与优化方法的组合。由于将电磁场数值分析作为目标函数评价的手段，因而有别于其它的优化问题。由于逆问题需要冗长的计算时间，因而目前的研究主要集中于二维稳态问题的优化。在确定性算法中，除了一般的直接搜索法以外，有限元法与梯度法相结合的设计灵敏度分析得到相当的重视^[42]。为了克服确定性方法通常会陷入局部最优解的局限性从而得到不依赖于初值的全局最优解，出现了为人们熟知的模拟退火法、遗传算法、进化算法、禁忌搜索法、神经网络等随机类算法。在进化算法中，新近发展了蚁群算法^[43]和粒子群法^[44, 45]。为了发挥确定性算法和随机类算法各自的优点，许多研究者致力于研究这两类方法的结合。不过，这些算法的收敛速度目前仍然不能满足包含三维、瞬态、耦合问题在内的复杂大系统计算的要求。总之，电磁场逆问题的研究仍处于初级阶段。为减少计算时间，近几年出现了一种新的优化策略——表面响应模型

(Response Surface Model) 与随机类优化算法的结合^[46, 47]。该方法首先将目标变量空间离散为一系列采样点，并应用数值计算方法计算出目标函数在这些采样点的值，根据这些值，利用一定的表面响应模型重构目标函数，然后采用某一优化方法对重构以后的目标函数进行寻优计算。由于只需要对采样点处的目标函数值进行电磁场计算，因而算法效率大大提高。文献^[48]首次将移动的最小二乘法^[49] (Moving Least Squares) 与模拟退火法相结合，用于电磁装置的优化设计，取得了较好效果。

4 结论

本文从第 15 届 COMPUMAG 会议的学术交流概况出发，讨论了近年来计算电磁学研究的若干重要成果。除了文中提到的以外，这一领域在数值技术、解析解法与数值解法的结合、软件方法、电磁场计算的验证方法等方面均取得了显著进展。限于作者的视野和经验，文中所见必有疏漏不当之处，仅供从事计算电磁学研究的同行参考。

由于电磁场工程实际需要的驱动，计算电磁学在新世纪中必将有大的发展。2005 年 COMPUMAG 会议在我国的成功举办，说明我国学者在计算电磁学领域已占据一席之地。祝愿我国在这一领域中取得更大的科技进步。

参考文献

- 1 谢德馨, 唐任远, 王尔智等. 计算电磁学的现状与发展趋势——第 14 届 COMPUMAG 会议综述. 电工技术学报, 2003, 18(5): 1~4
- 2 Trowbridge C W, Sykulski J K. Some key developments in CEM and their attribution. Record of COMPUMAG 2005, Shenyang, China, Volume I: 2~3
- 3 Xie Dexin, Tang Renyuan. Development of computational electromagnetics in China. Record of COMPUMAG 2005, Shenyang, China, Volume I: 4~5
- 4 Meijerink J A, Vorst V der. An iterative solution method for systems of which the coefficient matrix is a symmetric M matrix. Maths. Comp., 1977, 31: 148
- 5 Ajiz M A, Jennings A. A robust incomplete Choleski-Conjugate Gradient Algorithm. Int. J. Numer. Methods in Engineering, 1984, 20: 949~966
- 6 Wang Jinming, Xie Dexin, Bai Baodong. A new method for solving line equations with large sparse symmetric and indefinite coefficients matrix. IEEE

- Trans. on Magnetics, 2004, 40(2): 1069~1071
- 7 Cendes Z, et al. Magnetic field computation using Delaunay triangulation and complementary finite element methods. IEEE Trans. on Magnetics, 1983, 19(5): 2551~2554
 - 8 Shenton D N, Cendes Z J. Three - dimensional finite element mesh generation using Delaunay Tesselation. IEEE Trans. on Magnetics, 1985, 21(6): 2535~2538
 - 9 Freeman E M, Lowther D A. A novel mapping technique for open boundary finite element solutions to Poissons equation. IEEE Trans. on Magnetics, 1988, 24(6): 2934~2936
 - 10 Xiuying Q, Guangzheng N. Electromagnetic field analysis in boundless space by finite element method. Compumag Graz Conference Record, IGTE, 1987
 - 11 Imhoff J, Meunier G, Sabonnadiere J C. Finite element modelling of open boundary problems. IEEE Trans. on Magnetics, 1990, 26(2): 588~591
 - 12 Brunotte X, Meunier G, Imhoff J F. Finite modeling of unbounded problems using transformation: a rigorous, powerful and easy solution". IEEE Trans. on Magnetics, 1992, 28(2): 1663~1666
 - 13 Tang Renyuan, Hu Yan, Liang Zhenguang, et al. Computation of 3-D open boundary eddy-current fields in large transformers using $T, \psi-\phi_m$ method coupled with GTM. IEEE Trans. on Magnetics, 2002, 38(2): 1257~1260
 - 14 Bossavit A, Verite J C. A mixed FEM-BIEM method to solve 3-D eddy current problem. IEEE Trans. on Magnetics, 1982, 18:431~435
 - 15 Bossavit A. Whitney forms: a class of finite elements for three-dimensional computations in electromagnetism. IEE Proc. A, 1988, 135: 493~500
 - 16 Whitney H. Geometric Integration Theory. Princetown University Press, 1957
 - 17 程志光, 高生, 李琳. 电气工程涡流问题的分析与验证. 北京: 高等教育出版社, 2001
 - 18 周克定等. 工程电磁场数值计算的理论与应用. 北京: 高等教育出版社, 1994
 - 19 Preisach F. Uber die magnetische nachwirkung. Zeitschrift fur Physik., 1935, 94: 277~302
 - 20 Mayergoyz I M. Mathematical models of hysteresis. IEEE Trans. on Magnetics, 1986, 22(5): 603~608
 - 21 Vadja F, Della Torre E. Measurement of output dependent Preisach functions. IEEE Trans.on Magnetics, 1991, 27:4757~4762.
 - 22 Bertotti G, Basso V. Considerations on the physical interpretation of the Preisach model of ferromagnetic hysteresis. J. Appl. Phys. 1993, 73: 5827~5829
 - 23 Della Torre E, Kadar G. Hysteresis modelling: II accomodation. IEEE Trans. on Magnetics 1987, 23(6): 2823~2825
 - 24 Dupre L, Malkebeek J. Electromagnetic hysteresis modelling: from material science to finite element analysis of devices. ICS Newsletter, ISSN 1026-0854, 2003, 10(3): 4~14.
 - 25 Jack A G, Mecrow B C, Dickinson P G, Stephenson D. Permanent-magnet machines with powdered iron cores and Prepressed windings. IEEE Trans. on Ind. Appl., 2000, 36:1077~1084
 - 26 Benbouzid M E H, Reyne G, Meunier G, et al. Dynamic modeling of giant magnetostriction in Terfenol-D rods by the finite element method. IEEE Trans. on Magnetics, 1995, 31:1821~1824
 - 27 曹淑英, 王博文, 闫荣格等.超磁致伸缩制动器的磁滞非线性动态模型. 中国电机工程学报, 2003, 23(11): 145~149
 - 28 Lee Se Hee, Kim Do Kyung, et al. Dynamic characteristics of superparamagnetic iron oxide nanoparticle in a viscous fluid under an external magnetic field. Record of COMPUMAG 2005, Shenyang, China, Volume I: 248~249
 - 29 Xie Dexin, Yan Xiuke, Zhang Yihuang. A direct field-circuit motion coupled modeling of switched reluctance motor. IEEE Trans. on Magnetics, 2004, 40(2): 573~576
 - 30 Antunes O J, Bastos J P A, et al. Torque calculation with conforming and non-conforming movement interface. Record of COMPUMAG 2005, Shenyang, China, Volume I: 28~29
 - 31 Rodger D, Lai H C, Leonard P J. Coupled elements for problems involving movement. IEEE Trans. Magnetics, 1990, 26(2):548~550
 - 32 Harrington R F. Field Computation by Moment Methods. New York: Macmillan, 1968
 - 33 李世智. 电磁辐射与散射问题的矩量法. 北京: 电子工业出版社, 1985
 - 34 Johns P B. Application of the transmission-line matrix

- method to homogeneous waveguides of arbitrary cross Section. Proc. Inst. Electr. Eng., 1974, 119:209~215
- 35 Christopoulos C. The transmission - line modeling method: TLM. IEEE Press and Oxford University Press, 1995
- 36 Sewell P, Wykes J G, Benson T M, et al Transmission line modelling using unstructured meshes. IEE Proc SMT, 2004, 151(6): 445~448
- 37 Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1966, AP-14: 302~307
- 38 Namiki T. A new FDTD algorithm based on alternating-direction implement method. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999, 47: 2003~2007
- 39 Toshihiro Hanawa, Soichiro Ikuno. Investigations on the stability of the 3-D alternating implicit block overlapped-FDTD method. Record of COMPUMAG 2005, Shenyang, China, II:240~241
- 40 Weiland T. Time domain electromagnetic field computation with finite difference methods. Int. Journal of Numerical Modelling, 1996, 9: 295~319
- 41 Bossavit A, Kettunen L. Yee-like schemes on a tetrahedral mesh, with diagonal lumping. Int. Journal of Numerical Modelling, 1999, 12: 129~142
- 42 park Il Han, Lee Beom Taek, Hahn Song yop. Pole shape optimization of cogging torque by sensitivity analysis, COMPEL, 1990, Suppliment A, 9: 111~114
- 43 Dorigo M, Caro G Di. Ant algorithm for discrete optimization. Artificial Life, 1999, 5(3): 137~172
- 44 杨维, 李歧强. 粒子群优化算法综述. 中国工程科学, 2004, 6(5): 87~94
- 45 Ho S L, Yang Shiyou, Ni Guangzheng, et al. A particle swarm optimization method with enhanced global search ability for design optimizations of electromagnetic devices. Record of COMPUMAG 2005, Shenyang, China, I: 54~55
- 46 Alotto P, Caiti A, Molinari G, Repetto M. A multiquadratics-based algorithm for the acceleration of simulated annealing optimization procedures. IEEE Trans. on Magnetics, 1996, 2(3): 1198~1201
- 47 Alotto, Bertoni P, Molinari A, et al. A combined approach for the stochastic optimization of multim minima problem using adaptive fuzzy sets and radial basis functions. IEEE Trans. on Magnetics, 1998, 34(5): 2837~2840
- 48 Ho S L, Yang Shiyou, Peihong Ni, et al. Development of an efficient global optimal design technique-a combined approach of MLS and SA algorithm. Compel, 2002, 21: 604~614
- 49 Lancaster P, Salkauskas K. Surface generated by moving least squares methods. Mathematics of Computation, 1981, 37(155): 141~158

作者简介

谢德馨 女, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 从事电气装备电磁场及耦合物理场理论与应用的教学和研究工作。

唐任远 男, 1931 年生, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 从事永磁电机和计算电磁学的教学和研究工作。